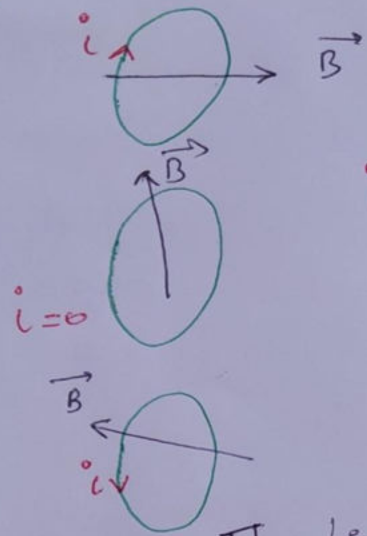
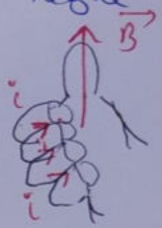
Exercice I :

ex 1 : A) Sens du courant induit

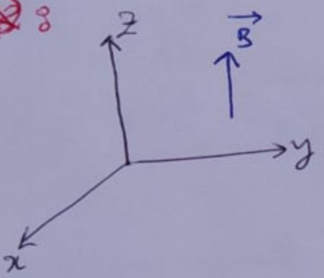
On applique la règle de la main droite

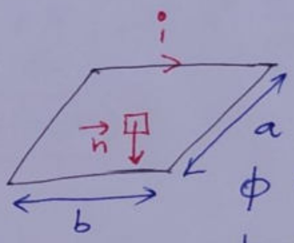




II. Le flux

B) :





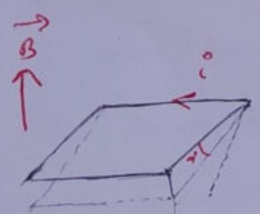
$\vec B = B.\vec{e_z}$

$\vec{dS} = -dS.\vec{e_z}$

$\phi = \iint \vec B.\vec{dS}$

$\phi = \iint -B.dS$

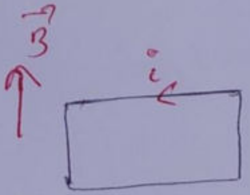
$\boxed{\phi = -B.a.b}$



$\vec B = B.\vec{e_z}$

$\vec{dS} = dS.\vec{e_z}$ $\Rightarrow$ $\phi = \iint \vec B.\vec{dS}$

$\boxed{\phi = ab.B.\cos\alpha}$

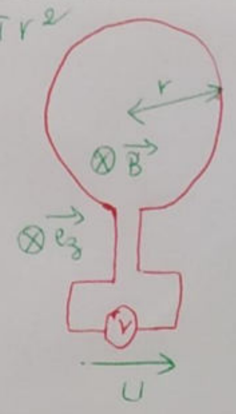


$\vec B = B.\vec{e_z}$

$\vec{dS} = dS.\vec{e_x}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\phi = \iint \vec B.\vec{dS} = 0}$

Exercice II :

ex2 $\vec{B}(t) = B_0 \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot \vec{e_z}$



1) On considère que le circuit est orienté par le sens de la tension U, le flux à travers le circuit est donc :

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S = B_0 \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot \pi r^2$$

$$\boxed{\phi = B_0 \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot \pi \cdot r^2}$$

2) l'expression de la tension U

$$U = -\frac{d\phi}{dt} = -\pi \cdot r^2 \frac{dB}{dt} = -\pi \cdot r^2 \frac{d}{dt}\left(B_0 \cdot \cos(\omega_0 t)\right)$$

$$\boxed{U = \pi r^2 \cdot B_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t)}$$

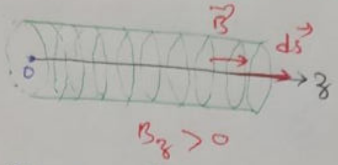
3)

lorsqu'on ajoute une résistance en parallèle du voltmètre, le circuit est parcouru par un courant et produit à son tour un champ magnétique qui s'appose à la variation du flux. Cette auto-induction à tendance à diminuer la variation de flux et donc diminue la tension U mesurée par le voltmètre

Exercice III :

ex III : un aimant qui s'approche d'une bobine :

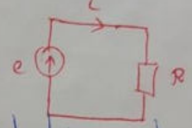
1) on montre que le courant i circule dans la bobine est negatif ($i<0$)



on a $\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint B_z \cdot dS > 0$

Or $e = -\dfrac{d\phi}{dt} < 0$

d'autre par $i = -\dfrac{1}{R}\dfrac{d\phi}{dt} < 0$



Donc le courant i qui circule dans la bobine est negatif

2) Montrons que le flux du champ magnétique induit tend (en partie) à contrarie ce qui lui a donné naissance.

. le courant induit i créé à son tour un champ magnétique $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 . N i}{l}(-\vec{u_z})$, puisque $i<0$ Donc $\vec{B} < 0$ alors

$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} < 0$

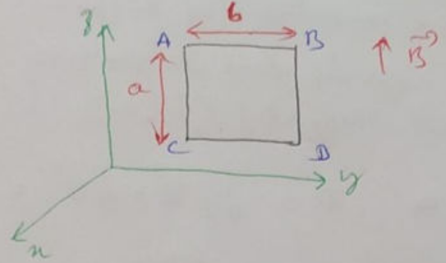
Donc le flux du champ magnétique induit tend (en partie) à contrarier ce qui lui a donné naissance

Exercice IV :

ex IV : (A) Cadre fixe dans un champ $\vec{B}$ homogène et variable

1) calcul la f.e.m (e) induite dans le cadre

$\vec{B} = B_0 . \cos(\omega t) . \vec{U_z}$



on a

$\phi = \iint B_0 . \cos(\omega t)\, ds$

$\phi = \iint B_0 . \cos(\omega t) . dx . dy$

$$\boxed{\phi = B_0 . ab . \cos(\omega t)}$$

$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B_0 . a b \cos(\omega t)\right)$

$$\boxed{e = B_0 . a b \omega . \sin(\omega t)}$$

(B) Bobine plongée dans un champ $\vec{B}$ variable et inhomogène

2) le flux du champ magnétique $\phi(t)$ à travers la bobine :

on a $\vec{B} = B_0 . \cos\left(\frac{\pi}{2} . \frac{r}{R}\right) . \cos(\omega t)\, \vec{e_z}$

je pose $\begin{pmatrix} H = B_0 . \cos(\omega t) \\ A = \frac{\pi}{2R} \end{pmatrix}$ juste pour faciliter les calculs

alors $\vec{B} = H . \cos(A r)\, \vec{e_z}$

$\phi = \iint N\vec{B} . d\vec{S} \iff \phi = N\, \varphi_{spire}$

$\varphi_{spire} = \iint \vec{B} . d\vec{S}$

$= \cancel{\iint B_0 . \cos(\omega t)}$

$= \iint H . \cos(Ar)\, r\, dr\, d\theta$

$= H \int_0^R \cos(Ar) . r \int_0^{2\pi} d\theta$

$= H\, 2\pi \int_0^R r . \cos(Ar)\, dr$

On sait que $\int u \cdot v' = [u \cdot v] - \int u' \cdot v$

soit $u = r$ $\quad u' = 1$

$v' = \cos(Ar)$ $\quad v = \frac{1}{A} \sin(Ar)$

Donc

$$\varphi = 2\pi \cdot H \left(\left[\frac{r}{A} \cdot \sin(Ar) \right]_0^R - \frac{1}{A} \int_0^R \sin(Ar)\, dr \right.$$

$$= 2\pi H \left(\left[\frac{R}{A} \sin(AR) - 0 \right] + \frac{1}{A^2} \left[\cos(Ar) \right]_0^R \right)$$

$$= 2\pi H \left(\frac{R}{A} \sin(AR) + \frac{1}{A^2} \cos(AR) - \frac{1}{A^2} \right)$$

$$= 2\pi H \left(\frac{2R^2}{\pi} \underbrace{\sin\left(\frac{\pi \cdot R}{2R}\right)}_{=1} + \frac{4R^2}{\pi^2} \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=0} - \frac{4R^2}{\pi^2} \right)$$

$$= 2\pi H \left(\frac{2R^2}{\pi} - \frac{4R^2}{\pi^2} \right)$$

$$= 2\pi H \left(\frac{4R^2 \pi}{2\pi^2} - \frac{4R^2}{\pi^2} \right) = \frac{8 \cdot R^2 \cdot H}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$$

$$\varphi = \frac{8 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)}{\pi} \cdot R^2 \cdot B_0 \cdot \cos(\omega t)$$

Donc $\phi = N \varphi_{spire}$

$$\boxed{\phi = \frac{8\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)}{\pi} \cdot R^2 \cdot N \cdot B_0 \cdot \cos(\omega t)}$$

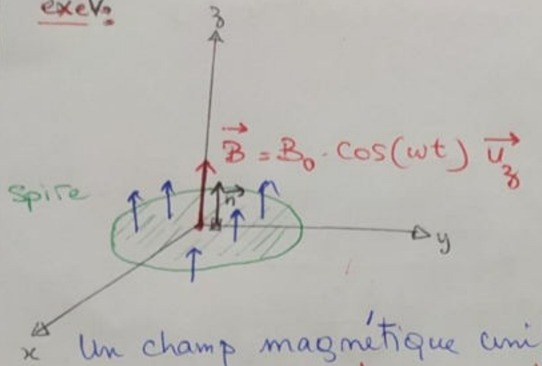
3) On déduit f.e.m $e(t)$:

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{-d}{dt} \left[\frac{8\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)}{\pi} \cdot R^2 \cdot N \cdot B_0 \cos(\omega t) \right]$$

$$\boxed{e = \frac{8\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)}{\pi} \cdot R^2 \cdot N \cdot B_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)}$$

Exercice V : Spire immobile dans un champ magnétique uniformément variable

exeV :

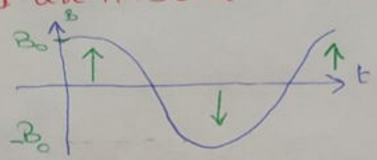


rayon = a

Resistance = R

uniforme = $\hat{m}$ valeur
m sens à chaque instant

Un champ magnétique uniformement variable ≡ uniforme à chaque instant, mais ~~se~~ varie d'un instant à l'autre



le flux magnetique varie ⇒ creation d'un courant

1) calcul ϕ

par définit° $\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n}\, ds$

$\Phi = \iint_S B_0 \cdot \cos(\omega t) \underbrace{\vec{u_z} \cdot \vec{u_z}}_{1} \cdot ds$ avec $ds = r\,dr\,d\theta$

$\phi = \iint_S B_0 \cos(\omega t)\, r\,dr\,d\theta = B_0 \cos(\omega t) \int_0^a r\,dr \int_0^{2\pi} d\theta$

$\phi = B_0 \cdot \cos(\omega t) \cdot \frac{a^2}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\pi \Rightarrow \phi = B_0 \cdot \cos(\omega t)\, a^2 \pi$

$$\boxed{\phi = \pi \cdot a^2 \cdot B_0 \cos(\omega t)}$$

2) En deduit f.e.m

On a $e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{-d}{dt}\left(\pi \cdot a^2 \cdot B_0 \cdot \cos(\omega t)\right)$

$= -\pi a^2 B_0 \left(-\omega \sin(\omega t)\right)$

$e = \pi \cdot a^2 B_0\, \omega \sin(\omega t)$

$\omega = 2\pi f \Rightarrow \boxed{e = 2\pi^2 a^2 B_0 f \sin(\omega t)}$

3) En deduit le courant instantané $i(t)$

On a $e(t) = R\, i(t)$

$$i(t) = \frac{e(t)}{R}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{2\pi^2 a^2 B_0 \sin(\omega t)}{R}}$$

4) calcule Taux de variation $\left.\frac{d\phi(t)}{dt}\right|_{t=\frac{T}{8}}$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\pi a^2 B_0 \cos(\omega t)\right) = -\pi a^2 B_0 \omega \sin(\omega t)$$

$$\left.\frac{d\phi(t)}{dt}\right|_{t=\frac{T}{8}} = -\pi . a^2 . B_0 . \omega \sin\left(\frac{2\pi}{\cancel{T}} \cdot \frac{\cancel{T}}{8}\right)$$

$$= -\pi a^2 . B_0 \omega \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\pi a^2 . B_0 \omega . \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{\left.\frac{d\phi(t)}{dt}\right|_{t=\frac{T}{8}} = -\frac{\sqrt{2}}{T} . B_0 \pi^2 a^2} < 0$$

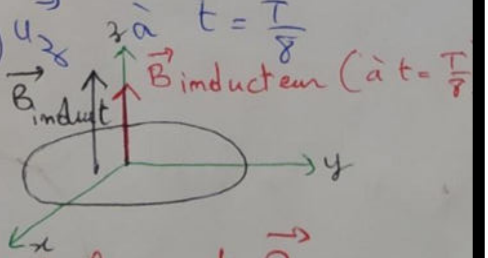
↳ flux $\phi(t)$ decroit au voisinage de $t = \frac{T}{8}$

5) Determinez le sens de $\vec{B}_{induit}$ par rapport au Sens du $\vec{B}_{inducteur}$ à $t = T/8$ avec la loi de lenz

On a $\vec{B} = B_0 . \cos(\omega t)\, \vec{u}_z$

$$= B_0 . \cos\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{8}\right) \vec{u}_z$$

$$\vec{B}_{(t=\frac{T}{8})} = B_0 . \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{u}_z$$



ϕ decroit, donc d'après la loi de lenz le $\vec{B}_{ind}$ orienté dans le m̂ sens $B_{inducteur}$

- la règle de la main droite
  pouce : sens de $\vec{B}$
  courbure : sens de i